

Решения заданий
II этапа республиканской олимпиады по физике в 2023/2024 учебном
году
11 класс

Задача 1. Бегун

А) $\langle \mathcal{V} \rangle = L / t = 100 / 9,58 = 10,4 \text{ (м/с)} = 36,7 \text{ км/ч.}$

Б) $l = 100 / 41 = 2,44 \text{ м.}$

В) $\langle \nu \rangle = N / t = 41 / 9,58 = 4,28 \text{ Гц.}$

Г) Расстояние, которое Болт преодолел, ускоряясь, равно $L_1 = \frac{at_1^2}{2}$. (1)

За это время он приобрел скорость $\mathcal{V}_1 = at_1$. (2)

Оставшаяся часть дистанции $L_2 = \mathcal{V}_1 t_2 = at_1 t_2 = at_1(t - t_1)$. (3)

$$L_1 + L_2 = 100 \text{ м.}$$

$$\frac{at_1^2}{2} + at_1(t - t_1) = 100. \quad (4)$$

$$\frac{0,8gt_1^2}{2} + 0,8gt_1(t - t_1) = 100.$$

$$\frac{0,8 \cdot 9,81t_1^2}{2} + 0,8 \cdot 9,81t_1(9,58 - t_1) = 100.$$

$$3,924t_1^2 - 75,18t_1 + 100 = 0.$$

Отсюда время разгона $t_1 = 1,438 \text{ с.}$

Конечная скорость

$\mathcal{V}_1 = at_1 = 11,3 \text{ м/с} = 40,6 \text{ км/ч.}$

Д) Расстояние разгона

$$L_1 = \frac{at_1^2}{2} = 8,11 \text{ м.}$$

Задача 2. Газовая смесь

А) Уравнение Клапейрона – Менделеева для компонента смеси:

$$pV_i = \nu_i RT. \quad (1)$$

Уравнение Клапейрона – Менделеева для смеси:

$$pV = \nu RT. \quad (2)$$

Разделив (1) на (2), получим

$$\frac{V_i}{V} = \frac{\nu_i}{\nu}.$$

Б) $g_i = \frac{m_i}{m} = \frac{M_i \nu_i}{\sum M_i \nu_i} = \frac{M_i \nu_i / \nu}{\sum M_i (\nu_i / \nu)} = \frac{M_i x_i}{\sum M_i x_i} = \frac{M_i r_i}{\sum M_i r_i}.$

В) $M = \frac{m}{\nu} = \frac{\sum m_i}{\nu} = \frac{\sum M_i \nu_i}{\nu} = \sum M_i (\nu_i / \nu) = \sum M_i x_i = \sum M_i r_i.$

Г) Каждый компонент смеси занимает весь объем смеси. Уравнение Клапейрона – Менделеева для компонента смеси:

$$p_i V = \nu_i RT.$$

Разделив на уравнение Клепейрона – Менделеева для смеси, получаем:

$$\frac{p_i}{p} = \frac{V_i}{V} = x_i = r_i.$$

Отсюда

$$p_i = pr_i.$$

Д) Молярные массы компонентов:

$M(\text{CO}_2) = 44 \text{ г/моль}$, $M(\text{O}_2) = 32 \text{ г/моль}$, $M(\text{N}_2) = 28 \text{ г/моль}$.

Массовый состав смеси:

$$g(\text{CO}_2) = \frac{M(\text{CO}_2)r(\text{CO}_2)}{\sum M_i r_i} = \frac{44 \cdot 0,122}{44 \cdot 0,122 + 32 \cdot 0,071 + 28 \cdot 0,807} = 0,178 = 17,8\%.$$

$$g(\text{O}_2) = \frac{32 \cdot 0,071}{44 \cdot 0,122 + 32 \cdot 0,071 + 28 \cdot 0,807} = 0,0751 = 7,5\%.$$

$$g(\text{N}_2) = \frac{28 \cdot 0,807}{44 \cdot 0,122 + 32 \cdot 0,071 + 28 \cdot 0,807} = 0,747 = 74,7\%.$$

Молярная масса смеси

$$M = \sum M_i r_i = 44 \cdot 0,122 + 32 \cdot 0,071 + 28 \cdot 0,807 = 30,2 \text{ г/моль}.$$

Из уравнения Клапейрона – Менделеева для смеси:

$$pV = \frac{m}{M} RT = \frac{\rho V}{M} RT.$$

$$p = \frac{\rho}{M} RT.$$

$$\rho = \frac{pM}{RT} = \frac{0,5 \cdot 10^6 \cdot 30,2 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 300} = 6,06 \text{ кг/м}^3.$$

Парциальные давления смеси:

$$p(\text{CO}_2) = 0,122p = 61,0 \text{ кПа}, p(\text{O}_2) = 0,071p = 35,5 \text{ кПа}, p(\text{N}_2) = 0,807p = 403,5 \text{ кПа}.$$

Задача 3. Найди показания приборов

Идеальный вольтметр и идеальный амперметр можно исключить из цепи, не поменяв токов и напряжений. Изобразим схему без вольтметров и амперметров, учитывая, что идеальный вольтметр обладает бесконечным сопротивлением, а идеальный амперметр – нулевым.

Находим общее сопротивление схемы. $R_{12} = R_1 + R_2 = 330 \text{ Ом}$. $R_{123} = (R_{12} \cdot R_3)/(R_{12} + R_3) = 165 \text{ Ом}$. $R_{\text{общ}} = (R_{123} \cdot R_4)/(R_{123} + R_4) = 120 \text{ Ом}$.

Так как напряжение на амперметре A_2 равно нулю, то вольтметр V_1 показывает напряжение на резисторе R_1 . Тогда ток через резисторы R_1 и R_2 :

$$I_1 = I_{A1} = U_1/R_1 = \mathbf{0,0727 \text{ A}}.$$

Напряжение $U_{AB} = U_{AC} = U = I_1 R_{12} = \mathbf{24 \text{ В}}$.

Ток $I_3 = I_{A2} = U_{AB}/R_3 = \mathbf{0,0727 \text{ A}}$.

Ток через амперметр A_3 :

$$I_{A3} = I_1 + I_3 = \mathbf{0,145 \text{ A}}.$$

Ток через амперметр A_4 :

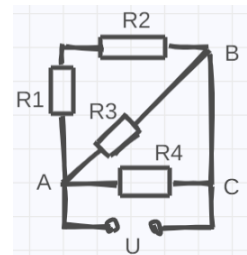
$$I_{A4} = I_4 = U/R_4 = \mathbf{0,0545 \text{ A}}.$$

Ток через амперметр A_5 :

$$I_{A5} = U/R_{\text{общ}} = 24/120 = \mathbf{0,200 \text{ A}}.$$

Вольтметр V_2 показывает напряжение на резисторе R_3 , так как напряжение на идеальном амперметре равно нулю.

$$U_2 = U_{AB} = U = \mathbf{24 \text{ В}}.$$



Задача 4. Законы обратных квадратов

А) Запишем закон всемирного тяготения и закон Кулона:

$$F_m = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, F_K = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}.$$

В обоих случаях имеется аналогичная зависимость от расстояния и произведение масс или зарядов взаимодействующих тел. Следовательно выражение для потенциальной энергии взаимодействующих масс получается заменой зарядов в формуле для потенциальной энергии взаимодействующих зарядов на массы и коэффициента k на гравитационную постоянную. Так как знак потенциальной энергии взаимодействующих зарядов определяется знаком произведения зарядов и для разноименных зарядов (притяжение) потенциальная энергия отрицательна, то гравитационная потенциальная энергия тоже отрицательна. Получаем формулу:

$$W_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Б) Так как скорость убегания – это минимальная скорость, при которой объект может улететь сколь угодно далеко от небесного тела, то скорость объекта при стремлении расстояния к бесконечности должна стремиться к нулю. Следовательно, и кинетическая и потенциальная энергия на бесконечности обращаются в ноль. Но сумма кинетической и потенциальной энергии – полная энергия – сохраняется при движении в гравитационном поле. Поэтому полная энергия объекта, имеющего на поверхности небесного тела скорость убегания, равна нулю.

$$E = -G \frac{Mm}{R} + \frac{m g_2^2}{2} = 0.$$

Отсюда

$$g_2 = \sqrt{2G \frac{M}{R}} = \sqrt{2} g_1. (1)$$

В) Можно представить формулу (1) в виде: $g_2 = \sqrt{2gR} = 11,2 \text{ км/с}$ (2)

Г) Из условия равенства полной энергии нулю:

$$E = -G \frac{M_1 m}{r_1} - G \frac{M_2 m}{r_2} + \frac{m g_2^2}{2} = 0.$$
$$-\frac{m g_{21}^2}{2} - \frac{m g_{22}^2}{2} + \frac{m g_2^2}{2} = 0.$$

Отсюда

$$g_2 = \sqrt{g_{21}^2 + g_{22}^2}.$$

Д) Найдем связь высоты подъема в однородном поле тяжести и начальной скорости из условия

$$\frac{m g_0^2}{2} = m g h_0.$$
$$g_0^2 = 2 g h_0.$$

Найдем высоту подъема в неоднородном поле из закона сохранения энергии.

$$\frac{m g_0^2}{2} - G \frac{Mm}{R} = -G \frac{Mm}{R+h}.$$

Отсюда

$$h = \frac{2GM}{\frac{2GM}{R} - g_0^2} - R = \frac{2GM}{\frac{2GM}{R} - 2gh_0} - R = \frac{GM}{\frac{GM}{R} - gh_0} - R = \frac{gR^2}{gR - gh_0} - R = \frac{R^2}{R - h_0} - R = \frac{Rh_0}{R - h_0}.$$

$$\begin{aligned} \text{Е)} \quad \frac{h}{h_0} &= \frac{R}{R - h_0} = 1,01. \\ R &= 1,01R - 1,01h_0. \\ h &= 1,01h_0 = 0,01R = 64 \text{ км.} \end{aligned}$$

Задача 5. Хитрости звука и света

А) Пусть скорость звука в среде $\vartheta_{зв}$. При приближении (удалении) наблюдателя к (от) источнику скорость звука относительно наблюдателя равна

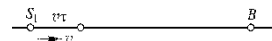
$$\vartheta_{зв \cdot \text{отн}} = \vartheta_{зв} \pm \vartheta$$

Наблюдаемая частота звука

$$\nu' = \frac{\vartheta_{зв} \pm \vartheta}{\lambda} = \frac{\vartheta_{зв}}{\lambda} \pm \frac{\vartheta}{\lambda} = \nu \pm \frac{\vartheta}{\lambda} = \nu \left(1 \pm \frac{\vartheta}{\vartheta_{зв}}\right).$$

Знак + относится к приближению, а знак – к удалению.

Б) Пусть наблюдатель находится в точке В и источник S_1 движется вдоль линии $S_1В$. Волна, испущенная в t_1 , когда источник находится на расстоянии l от наблюдателя, достигнет последнего к моменту



$$t_1' = t_1 + \frac{l}{\vartheta_{зв}},$$

волна, испущенная в $t_2 = t_1 + T$, достигнет наблюдателя в

$$t_2' = t_2 + \frac{l \pm \vartheta T}{\vartheta_{зв}}$$

(+ при удалении, - при приближении).

Промежуток времени между приемами первой и второй волны или период волны по измерениям наблюдателя

$$T' = t_2' - t_1' = T \left(1 \pm \frac{\vartheta}{\vartheta_{зв}}\right),$$

Соответственно, воспринимаемая наблюдателем частота

$$\nu' = \frac{\vartheta_{зв}}{T'} = \frac{\vartheta_{зв}}{T(1 \pm \frac{\vartheta}{\vartheta_{зв}})} = \frac{\nu}{1 \pm \frac{\vartheta}{\vartheta_{зв}}}$$

(+ при удалении, минус при приближении).

В) По формулам находим соответственно для случая а) $\nu' = 680$ Гц; б) $\nu' = 671$ Гц.

Г) Так как скорость света не зависит от скорости источника, то эффект Доплера для длины волны при удалении источника с малой по сравнению со скоростью света скоростью

$$\lambda' = \frac{c}{\nu'} = \lambda \left(1 + \frac{\vartheta}{c}\right).$$

Отсюда скорость точек экватора Солнца

$$\vartheta = c \frac{(\lambda' - \lambda)}{\lambda} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ м/с.}$$

Период обращения солнечного экватора

$$T = \frac{2\pi R}{\vartheta}.$$

Отсюда период равен примерно **25 суток**.

Д) Длины волн, которые усиливают резонаторы, определяются их формой и размерами и не зависят от вдыхаемого газа. Но от газа зависит скорость звука. Резонансная частота

$$\nu_{\text{рез}} = \frac{\vartheta_{зв}}{\lambda_{\text{рез}}}$$

Следовательно, резонансная частота пропорциональна скорости звука, т.е. пропорциональна при данной температуре $M^{-1/2}$:

$$v_{\text{рез}} = v_{\text{рез. воздуха}} \sqrt{\frac{M_{\text{воздуха}}}{M}}$$

Для гелия

$$v_{\text{рез. SF6}} = v_{\text{рез. воздуха}} \sqrt{\frac{29}{4}} = 2,69 v_{\text{рез. воздуха}}.$$

$$v_{\text{рез. He}} = v_{\text{рез. воздуха}} \sqrt{\frac{29}{4}} = 2,69 v_{\text{рез. воздуха}}.$$

Соответствующие частоты **1,35 кГц, 2,69 кГц и 8,08 кГц.**

Для элегаза

$$M = 146,1 \text{ г/моль.}$$

$$v_{\text{рез. SF6}} = v_{\text{рез. воздуха}} \sqrt{\frac{29}{146,1}} = 0,446 v_{\text{рез. воздуха}}.$$

Соответствующие частоты **223 Гц, 446 Гц и 1,34 кГц.**

Задача 6. Колебания ареометра.

Рассчитаем теоретически период колебаний ареометра. Будем пренебрегать силами сопротивления. Направим ось x вертикально вниз. Пусть ареометр смещен от положения равновесия на x . Тогда выталкивающая сила увеличивается на

$$\Delta F_A = \rho_{H_2O} g \Delta V = \rho_{H_2O} g S x.$$

S – площадь сечения трубки ареометра.

Это изменение силы Архимеда и будет играть роль возвращающей силы, направленной противоположно смещению:

$$F_x = -\rho_{H_2O} g S x = -kx, k = \rho_{H_2O} g S.$$

То же самое выражение будет и для подъема ареометра выше положения равновесия.

Тогда период колебаний ареометра будет равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\rho_{H_2O} g S}} = 2\pi \sqrt{\frac{4m}{\rho_{H_2O} g \pi d^2}} = \frac{4}{d} \sqrt{\frac{\pi m}{\rho_{H_2O} g}}.$$

В нашем опыте среднее время трех полных колебаний 6,04 с. Средний период колебаний 2,01 с.

$\rho(H_2O) = 998 \text{ кг/м}^3$, $m = 19,18 \text{ г}$, $d = 5,3 \text{ мм}$. Отсюда расчетный период 1,9 с.

Экспериментально измеренный период оказался немного больше расчетного, скорее всего в основном из-за наличия сопротивления воды. О сопротивлении говорит быстрое затухание колебаний.

**Критерии оценки выполнения заданий
II этапа республиканской олимпиады
по физике в 2023/2024 учебном году**

Примечание:

2. Если по данному пункту задания правильно и корректно найдено все, что требуется по условию задачи, но другим путем, чем изложено в предложенном автором решении, то баллы за пункт выставляются полностью.

3	Критерии оценки	Максимум за задачу
1	Задача 1. Бегун. А) 2 балла (если неправильно найден результат в км/ч минус 1 балл). Б) 1 балл. В) 1 балл. Г) получено уравнение (4) – 4 балла. Найдено правильно время разгона – 2 балла. Д) 1 балл.	11 баллов
2	А) Уравнение Клапейрона – Менделеева для компонента смеси 1 балл. Уравнение Клапейрона – Менделеева для смеси – 1 балл. Доказано равенство объемной и молярной долей – 2 балла. Б) выведена правильная формула – 3 балла. В) выведена правильная формула – 3 балла. Г) выведена правильная формула – 2 балла. Д) Посчитаны правильно молярные массы компонентов – 1 балл. Массовый состав смеси: правильный результат – 1 балл. Молярная масса смеси: правильный результат – 1 балл. Правильная формула для плотности – 1 балл. Правильное значение плотности – 1 балл. Парциальные давления смеси: правильный результат – 1 балл.	18 баллов
3	Правильно преобразована схема – 2 балла. Общее сопротивление схемы – 2 балла. Вольтметр V_1 показывает напряжение на резисторе R_1 – 1 балл. I_{A1} найден правильно – 1 балл. Напряжение U_{AB} найдено – 1 балл. Ток I_{A2} – по 1 баллу за правильную формулу и правильное значение. Ток через амперметр A_3 – по 1 баллу за правильную формулу и правильное значение. Ток через амперметр A_5 – по 1 баллу за правильную формулу и правильное значение. Ток через амперметр A_4 – по 1 баллу за правильную формулу и правильное значение. Вольтметр V_2 показывает напряжение на резисторе R_3 – 1 балл.	16 баллов
4	А) Записаны закон всемирного тяготения и закон Кулона – 1 балл. Правильная формула для потенциальной энергии гравитационного взаимодействия – 2 балла. Б) Закон сохранения энергии. Энергия равна нулю – 2 балла. Правильная формула для второй космической скорости – 1 балл. В) правильное значение скорости – 1 балл. Г) Получена правильная формула – 2 балла.	18 баллов

	<p>Д) Связь начальной скорости и высоты подъема в однородном поле – 1 балл.</p> <p>Закон сохранения энергии для подброшенного тела – 1 балл.</p> <p>Правильная формула, связывающая h и h_0 – 5 баллов.</p> <p>Е) Правильный результат – 2 балла.</p>	
5	<p>А) Относительная скорость звука – 1 балл.</p> <p>Наблюдаемая частота звука – 3 балла.</p> <p>Б) Получена правильная формула – 5 баллов.</p> <p>В) За правильные ответы в а) и б) по 1 баллу.</p> <p>Г) Правильная формула для длины волны – 1 балл.</p> <p>Скорость точек экватора Солнца – за формулу и расчет по 1 баллу.</p> <p>Период обращения солнечного экватора – формула – 1 балл.</p> <p>Правильное значение – 1 балл.</p> <p>Д) Длины волн, которые усиливают резонаторы, не зависят от вдыхаемого газа – 1 балл.</p> <p>Формула для резонансных частот – 1 балл.</p> <p>Резонансная частота пропорциональна $M^{-1/2}$ – 1 балл.</p> <p>Молярная масса элегаза – 1 балл.</p> <p>Правильно выражены резонансные частоты для гелия и элегаза через резонансные частоты для воздуха – по 1 баллу.</p> <p>Получены значения резонансных частот для гелия и элегаза – по 1 баллу.</p>	24 балла
6	<p>Изменение выталкивающей силы – 2 балла.</p> <p>Коэффициент пропорциональности между результирующей силой и смещением (или ускорением и смещением) – 2 балла.</p> <p>Период колебаний ареометра</p> $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}. - 1 \text{ балл.}$ <p>Измерены необходимые параметры ареометра, плотность воды определена с помощью ареометра или взято табличное значение – 1 балл.</p> <p>Вычислен теоретический период колебаний – 1 балл.</p> <p>Правильная конечная формула для периода колебаний – 1 балл.</p> <p>Сделано не менее 10 измерений – 2 балла. (менее 10 измерений – 1 балл).</p> <p>Найден средний период колебаний – 1 балл.</p> <p>Определена случайная погрешность методом Стьюдента или другим корректным способом – 1 балл.</p> <p>Дано правильное объяснение различия экспериментальных и теоретических результатов – 1 балл.</p>	13 баллов
Σ		100 баллов